

**PERSPECTIVA DE ADOÇÃO DE MODELOS DE ASSET AND LIABILITY  
MANAGEMENT (ALM) EM REGIMES PRÓPRIOS DE PREVIDÊNCIA SOCIAL**

Sandra Isaelle Figueiredo dos Santos<sup>1</sup>

Diana Vaz de Lima<sup>2</sup>

**Resumo**

O presente estudo tem como objetivo analisar as perspectivas de adoção de modelos de ALM em RPPS. Para tratar a questão da pesquisa, foi realizada análise de conteúdo de modelos de ALM a partir da revisão da literatura, efetuada modelagem estocástica das rentabilidades dos ativos e inflação, selecionados ativos que com seus rendimentos suprissem a meta atuarial, e desenvolvida uma função objetivo visando atender as restrições regulamentares dos RPPS. Os achados do estudo mostram que é factível a adoção dessa ferramenta nos RPPS, e que a sua aplicação permite viabilizar a projeção dos fluxos de caixa dos ativos e benefícios com o objetivo de otimizar os fluxos e alcançar o equilíbrio financeiro e atuarial. Em termos práticos, a aplicação do ALM potencializou os resultados da carteira de investimentos no período analisado e proporcionou uma melhoria no casamento dos fluxos de ativos e passivos.

**Palavras-chave:** ALM; Previdência; RPPS; Brasil.

**Abstract**

The present study aims to analyze the perspectives of adoption of ALM models in Public Pension Funds (RPPS). In order to deal with the research question, a content analysis of ALM models was performed based on the literature review, with stochastic modeling of asset yields and inflation, selected assets that with their income would meet the actuarial target, and developed an objective function aiming at comply with the regulatory restrictions of the RPPS. The findings of the study show that it is feasible to adopt this tool in RPPS, and that its application allows the projection of the cash flows of the assets and benefits in order to optimize flows and achieve financial and actuarial balance. In practical terms, the application of the ALM enhanced the results of the investment portfolio in the analyzed period and provided an improvement in the marriage of the flows of assets and liabilities.

**Keywords:** ALM; Social Security; RPPS; Brazil.

---

1  
2

## 1. Introdução

Em que pese o arcabouço legal dos Regimes Próprios de Previdência Social (RPPS) trazer expressamente a exigência de garantir o equilíbrio financeiro e atuarial, o déficit atuarial no âmbito do RPPS do Governo brasileiro se manteve em torno de 20% do Produto Interno Bruto (PIB) no período de 2004 a 2010, com pico de crescimento nos anos de 2011 (31,4%) e 2012 (33,6%) e queda em 2013 (27,1%), indicando como as insuficiências financeiras podem afetar o equilíbrio desses regimes no longo prazo (Reis, Lima e Wilbert, 2015).

Entre os fatores apontados para o desequilíbrio nas contas dos RPPS está a concessão de aposentadorias sem fonte de custeio e previsão orçamentária definida (Barroso, 2010), o uso de taxa de desconto e hipóteses atuariais inadequadas (Lima, Oliveira e Silva, 2012; Caldart, Motta, Caetano e Bonatto, 2014) e a ausência do registro contábil da provisão matemática previdenciária, resultando em insuficiência de informações íntegras e tempestivas (Reis, Lima e Wilbert, 2015).

Também, a utilização de premissas atuariais que não refletem a realidade da massa de segurados do ente vem conduzindo a custeios insuficientes, prejudicando a sustentabilidade atuarial e financeira do regime (Caldart *et al.*, 2014). No entendimento de Porto e Caetano (2015), em razão das alterações constitucionais e legais, há a necessidade de se discutir a partir da perspectiva da racionalidade econômica a sustentabilidade fiscal de longo prazo dos RPPS.

Assim, de modo geral, esses problemas ao longo do tempo vêm comprometendo a sustentabilidade dos regimes próprios de previdência social (Porto e Caetano, 2015; Reis, Lima e Wilbert, 2015; Lima, Oliveira e Silva, 2012; Nogueira, 2012; Barroso, 2010; Félix, Ribeiro e Tostes, 2008).

Registre-se que propostas têm sido apresentadas na literatura para a gestão de ativos e passivos em outros regimes previdenciários, notadamente em fundos de pensão (Bertucci, Souza e Félix, 2006; Hurtado, 2008). Uma dessas propostas é o uso de ferramentas que considerem adequada e integralmente as questões dinâmicas envolvidas, como modelos de *Asset and Liability Management* (ALM) (Bertucci, Souza e Félix, 2004; Hurtado, 2008), que têm sido utilizados para gerenciar a incerteza dos retornos sobre os ativos e os pagamentos futuros (Toukourou e Dufresne, 2015).

O tema também começa a ser discutido da perspectiva dos RPPS, como a citação de Lima e Guimarães (2016), que consideram que a aplicação do ALM pode ser vista como uma medida viabilizadora para compatibilizar o fluxo da disponibilidade financeira a cada momento de pagamento dos benefícios a seu cargo, além de auxiliar na construção de políticas de investimentos que otimizem a relação risco e retorno da carteira de investimentos dos RPPS.

Diante desse cenário, considerando que dados da Secretaria da Previdência do Ministério da Fazenda apontam que os RPPS vêm se mantendo deficitários ao longo dos anos, e que alternativas devem ser discutidas na busca do equilíbrio financeiro e atuarial desses regimes, a questão problema do presente estudo está delimitada da seguinte forma: *quais as perspectivas de adoção de modelos de ALM em regimes próprios de previdência social?*

Assim, o objetivo geral deste estudo é analisar as perspectivas de adoção de modelos de ALM em RPPS. Para tratar a questão da pesquisa, foi realizada análise de conteúdo de modelos de ALM a partir da revisão da literatura, efetuada modelagem estocástica das rentabilidades dos ativos e inflação, selecionados ativos que com seus rendimentos suprissem a meta atuarial, e desenvolvida uma função objetivo visando atender as restrições regulamentares dos RPPS.

## 2. Referencial teórico

### 2.1 Teoria de Markowitz e a Carteira Ótima

Segundo a Teoria de Markowitz (1959), que define matematicamente a relação entre risco e retorno, o investidor é racional e sempre buscará maximizar o seu retorno. Essa teoria apontou a diversificação como forma de reduzir os riscos da carteira de ativos, além de evidenciar que para avaliar o risco individual é preciso considerar a covariância entre os ativos (Santos e Tessari, 2012).

A Teoria de Markowitz demonstra que o retorno do portfólio é a média ponderada dos retornos dos ativos individuais, enquanto o risco do portfólio é representado pelo desvio padrão da covariância dos ativos, dois a dois. Como a Teoria de Markowitz tem como objetivo maximizar o grau de satisfação do investidor, o modelo demonstra a variância de uma carteira como relação da variância e covariâncias dos ativos de acordo com proporção na carteira (Casaccia, Galli, Macêdo e Leitão, 2011).

As fórmulas utilizadas na Teoria de Markowitz levam ao conceito de fronteira eficiente, onde, para cada nível de risco, existe um ponto da curva onde a carteira é ótima (Casaccia *et al*, 2011). Assim, para implementar as carteiras sob a ótica de fronteira eficiente, é preciso estimar a média e a matriz de covariância dos retornos de ativos, sendo amplamente utilizada na literatura a média amostral de covariância (Demiguel e Nogales, 2009).

A fronteira eficiente é dada a partir de um gráfico que reúne combinações infinitas de possíveis títulos que poderiam compor uma carteira, e, assim, é traçada uma curva do conjunto das combinações eficientes de carteiras a partir das combinações de ativos que maximizem a taxa de retorno do portfólio em relação a um determinado nível de risco e retorno esperado (Baima, 1998). Essa teoria permitiu o conhecimento de que a relação risco *versus* retorno não é totalmente correlacionada, visto que o gráfico da fronteira eficiente é dado a partir de uma função hiperbólica e não por uma reta como era imaginado antes (Bruni, Fuentes e Famá, 1998).

Baseado na Teoria de Markowitz, Sharpe (1964) desenvolveu o chamado Índice de Sharpe ou Razão de Sharpe, demonstrando que se o fundo estudado apresenta uma rentabilidade compatível com o risco, o investidor se expõe. Assim, o índice mede o prêmio por unidade de risco: quanto mais alto for o seu valor, maior a relação entre prêmio de risco e desvio padrão (Lima, 2008).

Registre-se que com relação à teoria de Markowitz é preciso considerar também as chamadas carteiras de canto, que são carteiras de características especiais com o maior retorno esperado (Cartacho, 2001, p. 24). Horta (2011, p. 79) em seu estudo apontou que a carteira de canto composta somente por título indexado pela inflação e prefixado foi considerada como uma opção vantajosa. Desse modo, Horta (2011) concluiu que para ambientes de maior previsibilidade da taxa de inflação, essa indexação se apresenta com menor risco e menor custo esperado.

Registre-se que apesar de não haver exigência legal para uso do ALM em fundos de pensão, há evidências na literatura de sua utilização diante das características que permitem uma gestão dinâmica de alocação. Assim, infere-se, da mesma forma, que embora também não exista determinação legal para a utilização do ALM em RPPS, essa ferramenta pode ser factível diante de todas as questões dinâmicas envolvidas e das perspectivas de solução para o problema de rentabilidade (Bertucci, Souza e Félix, 2004).

## 2.2 Premissas Atuariais e Financeiras dos RPPS

As legislações previdenciárias que regem o RPPS - Constituição Federal de 1988, a Lei nº 9.717/1998 e a Portaria MPS nº 403/2008 - estipulam o controle contábil e a salvaguarda do equilíbrio financeiro e atuarial. Um dos principais pontos da reforma previdenciária de 1998 em relação ao RPPS está a necessidade de manutenção do equilíbrio financeiro e atuarial, bem como a imposição de penalidades para o não cumprimento desse equilíbrio (Calazans, Souza, Hirano, Caldeira, Silva, Rocha e Caetano, 2013).

De acordo com a Portaria MPS nº 403/2008, o equilíbrio financeiro difere do equilíbrio atuarial (art. 2º), pois, enquanto o equilíbrio financeiro se refere à garantia de recursos para pagar as obrigações dos RPPS em cada exercício financeiro, o equilíbrio atuarial representa a equidade, a valor presente, entre o fluxo das receitas esperadas e as obrigações futuras apuradas atuarialmente no longo prazo.

A legislação previdenciária também determina que as avaliações e reavaliações atuariais sejam realizadas tendo como base tábuas biométricas referenciais para a projeção dos aspectos biométricos dos segurados e de seus dependentes mais adequadas à respectiva massa populacional do ente federativo, desde que não indiquem obrigações inferiores às alcançadas pelas seguintes tábuas: (i) sobrevivência de válidos e inválidos, de acordo com a tábua atual de mortalidade elaborada para ambos os sexos pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatísticas

(IBGE), como limite mínimo de taxa de sobrevivência; e (ii) Álvaro Vindas, como limite mínimo de taxa de entrada em invalidez.

A Portaria MPS nº 403/2008 também define os parâmetros relativos à taxa de crescimento da remuneração e da taxa real de juros a serem considerados na avaliação atuarial. Enquanto a taxa real mínima de crescimento da remuneração ao longo da carreira deve estar limitada a 1% ao ano (art. 8º), a taxa real de juros deve ser calculada a partir da meta da política de investimento das aplicações dos recursos dos RPPS, com o limite máximo.

### 3. Metodologia

#### 3.1 Enquadramento Metodológico

Para analisar os modelos de ALM disponíveis e sintetizar uma equação capaz de ser aplicada em RPPS, utilizou-se análise de conteúdo (BARDIN, 2011), buscando inferir conhecimentos relativos às condições de produção por meio de indicadores lógicos fornecidos por meio da fase descritiva. Da perspectiva quantitativa, buscaram-se modelos de equações estruturais com a análise das relações entre múltiplas variáveis (Creswell, 2010).

Em termos procedimentais, com relação ao cálculo dos ativos, foi necessário observar as premissas de risco e retorno da carteira, que, pela teoria da otimização, considera a média ponderada dos retornos dos ativos individuais e o risco da carteira representado pelo desvio padrão da covariância dos ativos. Desse modo, foi utilizada a distribuição de probabilidade normal por meio da média e desvio-padrão (Silva, 2015).

Com base em metodologias de alocação de ativos e passivos utilizando modelos de ALM para fundos de pensão, foram desenvolvidas as estratégias do trabalho, considerando, contudo, a particularidades do RPPS (Silva, 2015; Marques, 2011; Figueiredo, 2011).

Assim, foram distribuídos e projetados os recursos garantidores do RPPS em classes de ativo de acordo com o estabelecido na Resolução CMN nº 3.922/2010, atribuindo expectativas de retorno normal para a classe de ativo. A carteira e os retornos foram analisados de acordo com a composição real do RPPS estudado. Desta forma, foram criadas árvores de cenários para o modelo de ALM para o período projetado de 75 anos, a partir do instante zero da avaliação. A utilização desse período foi para compatibilizar o fluxo do passivo projetado com o fluxo do ativo projetado, pois a legislação exige projeções dos benefícios a serem pagos de 75 anos.

Para a construção dos cenários do modelo de ALM, foi preciso calcular a matriz de correlação das classes de ativo, construída através das correlações entre cada par de classes de ativo. De acordo com Silva (2015), trata-se de uma matriz simétrica que permite calcular a matriz de variâncias-covariâncias.

Para rodar o modelo desenvolvido a partir da análise de conteúdo, foi preciso estabelecer a função objetivo. Essa função foi aplicada no software estatístico R, pois, este programa possibilita criar as funções e incluir, além das variáveis escalares, vetores e matrizes, a partir da seguinte lógica:

- Parâmetros de restrição legais definidos na Resolução CMN nº 3.922/2010 e Portaria MPS nº 403/2008;
- Simulação de rentabilidade e inflação;
- Análise conjunta dos fluxos de ativos e passivos.

Com isso, o problema passou a ser a programação estocástica multiperíodo, do mesmo modo que os trabalhos analisados (Saad e Ribeiro, 2006; Haneveld, Streutker e Vlerk, 2007; Siegmann, 2007; Hoevenaars e Ponds, 2008; Dupacová e Polívka, 2008; Mitchell, Piggott e Kumru, 2008; Hurtado, 2008; Haneveld, Streutker e Vlerk, 2008; Mulvey, Simsek, Zhang, Fabozzi e Pauling, 2008; Ferstl e Weissensteiner, 2011; Pézier e Scheller, 2011; Figueiredo, 2011; Marques, 2011; Aglietta, Brière, Rigot e Signori, 2012; Goecke, 2013; Bovenberg e Mehlkopf, 2014; Toukourou e Dufresne, 2015).

Dado os ajustes por conta das possíveis insuficiências calculadas, foi preciso analisar a contribuição suplementar ao longo dos períodos. Diante do exposto, o processo de estruturação da modelagem utilizada para o RPPS consistiu, em síntese, nas seguintes etapas: (a) Análise de conteúdo de modelos de ALM a partir da revisão de literatura decorrente de artigos, teses e dissertações nacionais e internacionais, disponibilizados no portal de periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES); (b) Modelagem estocástica das rentabilidades dos ativos e inflação; (c) Seleção de ativos que suprissem com seus rendimentos a meta atuarial; (d) Desenvolvimento da função objetivo, visando atender às restrições regulamentares dos RPPS; (e) Implementação de um modelo de ALM via programação estocástica multiperíodo em um RPPS real.

### 3.2 Achados Análise de Conteúdo

Como primeiro achado, a pesquisa mostra que não foram identificados na literatura modelos de ALM desenvolvidos para aplicações específicas em previdência pública (RPPS e RGPS). Assim, no presente estudo, foi considerada a experiência aplicada aos fundos de pensão. Na análise das equações, verificou-se que, dependendo do objetivo do modelo de ALM, a função muda em cada estudo analisado. Embora existam diferenças de notação entre as equações, percebe-se que há variáveis que se repetem, tais como: ativos, passivos e contribuições (Haneveld, Streutker e Vlerk, 2007; Siegmann, 2007; Hoevenaars e Ponds, 2008; Ferstl e Weissensteiner, 2011; Toukourou e Dufresne, 2015).

Outro ponto é que alguns modelos objetivam o equilíbrio entre os fluxos de caixa do ativo e do passivo no decorrer dos períodos (Hoevenaars e Ponds, 2008; Haneveld, Streutker e Vlerk, 2008; Mulvey et al., 2008), e outros buscam o superávit como meta da gestão dos recursos dos ativos em contrapartida das projeções dos fluxos de benefícios a serem pagos no decorrer dos anos projetados (Saad e Ribeiro, 2006; Haneveld, Streutker e Vlerk, 2007; Dupacová e Polívka, 2008; Hurtado, 2008; Toukourou e Dufresne, 2015). A Tabela 1 apresenta um resumo das variáveis relacionadas na literatura.

**Tabela 1** Resumo das variáveis coletadas na análise de conteúdo

Variáveis	Autores
Proporção investida nas classes de ativo $i$ Taxa de retorno das classes de ativo $i$	Saad e Ribeiro, 2006; Mulvey <i>et al.</i> , 2008; Hurtado, 2008; Ferstl e Weissensteiner, 2011; Marques, 2011.
Valor dos ativos no momento $t+1$	Haneveld, Streutker e Vlerk, 2007; Hoevenaars e Ponds, 2008; Mulvey <i>et al.</i> , 2008; Figueiredo, 2011; Toukourou e Dufresne, 2015.
Parâmetro de risco ou retorno do ativo livre de risco	Siegmann, 2007; Pézier e Scheller, 2011; Goecke, 2013; Bovenberg e Mehlkopf, 2014; Toukourou e Dufresne, 2015.
Taxa de desconto do passivo	Haneveld, Streutker e Vlerk, 2008; Hurtado, 2008.
Valor total do passivo $t+1$	Saad e Ribeiro, 2006; Haneveld, Streutker e Vlerk, 2007; Hevenaars e Ponds, 2008; Marques, 2011; Toukourou e Dufresne, 2015.
Taxa de contribuição no período $t$	Hoevenaars e Ponds, 2008; Haneveld, Streutker e Vlerk, 2008; Mulvey <i>et al.</i> , 2008; Pézier e Scheller, 2011; Toukourou e Dufresne, 2015.
Inflação	Hurtado, 2008.
Restrição das classes de ativo	Haneveld, Streutker e Vlerk, 2007; Hurtado, 2008; Marques, 2011; Toukourou e Dufresne, 2015.

Fonte: Elaboração própria a partir da revisão da literatura.

A análise de conteúdo dos periódicos na etapa descritiva mostrou que a maioria dos modelos analisados na amostra teve como objetivo igualar a diferença entre os ativos projetados e os passivos projetados, sendo o ativo adaptado pelos parâmetros de restrição. Também é possível observar nos modelos da amostra uma tendência em utilizar abordagens estocásticas e modelos focados na volatilidade-risco-retorno da carteira de ativos.

### 3.3 Entidade Objeto do Estudo

A entidade objeto de análise é um RPPS constituído sob a forma de fundo em um Município situado na região nordeste do Brasil, com cerca de 6.500 segurados. Foi criado em 1966, por meio de Lei, com a finalidade de conceder benefícios previdenciários aos servidores. Em 1999, passou a ser de natureza autárquica, vinculada ao Poder Executivo local.

Para obter as informações das premissas necessárias para a análise dos fluxos de benefícios do ente selecionado, foram coletadas, junto ao site da Secretaria de Previdência do Ministério da Fazenda<sup>3</sup>, as informações disponíveis no Demonstrativo de Resultados da Avaliação Atuarial - DRAA do RPPS objeto de análise, documento no qual se apresenta um resumo dos dados da avaliação atuarial, disponíveis no ambiente virtual.

Isto posto, a análise da perspectiva de adoção do ALM na entidade objeto do estudo teve como base as hipóteses atuariais divulgadas na avaliação atuarial da entidade relativa ao mês de dezembro de 2015, disponível no site Secretaria de Previdência do Ministério da Fazenda ([http://www1.previdencia.gov.br/sps/app/draa/draa\\_default.asp?tipo=1](http://www1.previdencia.gov.br/sps/app/draa/draa_default.asp?tipo=1)). Registre-se que para avaliar a carteira ótima do RPPS objeto de análise, foram coletados os dados disponíveis no CADPREV, relativos ao período de dezembro de 2015, por meio do *link* Consultas Públicas das Aplicações e Investimentos.

---

<sup>3</sup> [http://www1.previdencia.gov.br/sps/app/draa/draa\\_default.asp?tipo=1](http://www1.previdencia.gov.br/sps/app/draa/draa_default.asp?tipo=1)

## 4. Perspectivas de adoção de modelos de ALM em RPPS

### 4.1 Modelo de ALM Adaptado para o RPPS

A Equação 1 representa o equilíbrio financeiro e atuarial do RPPS a cada instante, no curto prazo, em que o somatório dos ativos a cada instante deve ser maior ou igual ao somatório dos passivos a cada instante.

#### Equação 1 - Geral

$$\sum_{i=1}^N A_{i,t}^S - \sum_{j=1}^M P_{j,t}^S \geq 0$$

#### Onde:

$A_{i,t}^S$ : valor das classes de ativos  $i$  considerando as projeções da carteira disponível para o cenário  $S$  no tempo  $t$

$P_{j,t}^S$ : valor dos benefícios  $j$  considerando as projeções atuariais para o cenário  $S$  no tempo  $t$  (provisões matemáticas previdenciárias trazidas a valor presente)

$N$ : número das classes de ativos  $i$

$M$ : número de benefícios a serem concedidos  $j$

A Equação 2 apresenta o equilíbrio financeiro e atuarial avaliado a valor presente, no longo prazo, em que o somatório a valor presente de todos os ativos ao longo do tempo deve ser maior ou igual ao somatório a valor presente de todos os passivos ao longo do tempo. Também foram considerados os limites mínimos e máximos para cada classe da carteira de ativo, visando atender as determinações legais e adequar o modelo de ALM para os RPPS.

#### Equação 2 – Valor presente

$$\sum_{t=0}^T \sum_{i=1}^N \frac{1}{(1+r_t)^t} A_{i,t}^S - \sum_{t=0}^T \sum_{j=1}^M \frac{1}{(1+\phi)^t} P_{j,t}^S \geq 0$$

#### Onde:

$A_{i,t}^S$ : valor das classes de ativos  $i$  considerando as projeções da carteira disponível para o cenário  $S$  no tempo  $t$

$P_{j,t}^S$ : valor dos benefícios  $j$  considerando as projeções atuariais para o cenário  $S$  no tempo  $t$  (provisões matemáticas previdenciárias trazidas a valor presente)

$\phi$  : taxa de desconto das projeções do passivo, limitada a 6% a.a, conforme legislação

$r_t$  : taxa de rendimento da carteira marcada a mercado

N: número das classes de ativos i;

M: número de benefícios a serem concedidos j

A Equação 3, que representa a carteira de investimentos, estabelece que o somatório dos ativos no instante t+1 se dá em função do somatório dos ativos no instante t, acrescido do retorno esperado da carteira ótima.

### Equação 3 - Carteira de Investimentos

$$\sum_{i=1}^N A_{i,t+1}^S = E(r_c) + \sum_{i=1}^N A_{i,t}^S$$

#### Onde:

$E(r_c)$ : retorno esperado da carteira ótima

$A_{i,t}^S$  : valor das classes de ativos i considerando as projeções da carteira disponível para o cenário S no tempo t

$A_{i,t+1}^S$  : valor das classes de ativos i considerando as projeções da carteira disponível para o cenário S no tempo t+1

$\sum_{i=1}^N A_{i,t+1}^S$  : somatório das classes de ativos i no instante t;

$\sum_{i=1}^N A_{i,t}^S$  : somatório das classes de ativos i no instante t + 1;

N: número de classes de ativos i;

A Equação 4, retorno da carteira, estabelece que o retorno esperado da carteira ótima se dá em função do somatório dos retornos esperados de cada título pertencente à carteira, ponderados pelo peso do título na carteira.

#### Equação 4 - Retorno da Carteira

$$E(r_c) = \sum_{i=1}^N (p_i \times E(r_i))$$

#### Onde:

$E(r_c)$ : retorno esperado da carteira ótima

$N$ : número de títulos componentes da carteira

$p_i$ : peso do título  $i$  na carteira, isto é, a proporção desse título na carteira.

$E(r_i)$ : retorno esperado do título  $i$

Para o cálculo da fronteira de eficiência (b), é possível selecionar o portfólio ótimo. A Equação 5, Índice de Sharpe, estabelece o critério a ser utilizado para a escolha da carteira ótima.

#### Equação 5 - Índice de Sharpe

$$b = \frac{E[r_c] - r_f}{dpc}$$

#### Onde:

$E[r_c]$ : retorno do ativo

$r_f$ : retorno do ativo livre de risco

$dpc$  = desvio padrão da carteira

1. Para o cálculo é preciso o histórico dos retornos disponíveis para os ativos que compõem a carteira
2. Poupança como ativo livre de risco
3. Restrições para a otimização da carteira os limites legais por classe e fundo

A Equação 6, que detalhou os passos para o cálculo do ativo anterior, foi desenvolvida com base nos estudos que detalharam os valores dos ativos em relação às contribuições dos

servidores, do ente e as suplementares, bem como os termos de ajuste ao risco projetado. Também foi considerado que o fluxo de caixa das contribuições engloba todas as contribuições, incluindo a contribuição suplementar.

### Equação 6 - Evolução dos Ativos

$$\sum_{i=1}^N A_{i,0}^s = \sum (c_0^s + f_{z,0}^s) + \sum_{i=1}^N (a_{i,0}^s)$$

Onde:

$\sum_{i=1}^N A_{i,0}^s$  : composição inicial dos ativos

$c_0^s$  : contribuições do RPPS na data inicial da avaliação

$a_{i,0}^s$  : valor dos ativos distribuídos em cada classe de ativo i no período da data de avaliação

$f_{z,0}^s$  : valor das contribuições dos servidores, calculado a partir da taxa de contribuição vezes o percentual a remuneração dos servidores, que pode ser dividida em faixas (z).

1. Os limites máximos e mínimos para cada classe de ativo;
2. Limites máximo e mínimo dos recursos investidos na carteira.

As considerações do modelo de ALM em relação às especificidades dos RPPS estão resumidas na Tabela 2.

**Tabela 2 – Regras para aplicação do ALM em RPPS**

<b>Regras Específicas</b>	<b>Fluxo</b>
Premissas - Portaria MPS nº 403/2008: rotatividade, tábua, taxa de desconto etc.	Passivo
Teste de Adequação de Tábuas e demais premissas atuariais	Passivo
Taxa de desconto de até 6% a.a	Passivo
Limitações na política de investimento - Resolução CMN nº 3.922/2010.	Ativo
Contribuição suplementar para equacionamento	Ativo
<b>Regras Gerais</b>	<b>Fluxo</b>
Volatilidade da carteira – relação risco e retorno	Ativo
Cálculo da carteira ótima	Ativo

Cálculo do passivo com base nas projeções atuariais dos benefícios a serem concedidos	Passivo
Casamento de ativos e passivos nos fluxos	Ambos
Objetivo de equilíbrio ou o superávit dos fluxos ao longo dos prazos	Ambos

Fonte: Elaboração própria a partir da revisão da literatura

Em razão da limitação dos dados disponíveis, não foi possível testar se as premissas utilizadas pelo RPPS objeto da análise estão adequadas ao comportamento da massa de segurados (teste de adequação), que deve ser feito visando minimizar os erros nas projeções relativas aos fluxos de caixa dos benefícios.

Segundo o disposto na Portaria MPS nº 403/2008, o plano de custeio realizado por meio da avaliação atuarial indicará os parâmetros para o custo normal e suplementar do plano de benefícios dos RPPS (art. 17, § 7º). De acordo com a legislação, somente com cinco exercícios superavitários seguidos é que é possível rever o plano de custeio de forma que implique em redução das alíquotas ou aportes destinados ao RPPS (Portaria MPS nº 403/2008, art. 25).

Como se pode observar, as adequações se deram basicamente em razão da necessidade de atender a legislação previdenciária, que impôs restrições ao modelo desenvolvido a partir da revisão da literatura.

#### 4.2 Aplicação do Modelo em um RPPS Real

Considerando que a cada ano as contribuições serão pagas por servidores e pelo ente, incluindo as contribuições suplementares, foi apurado ao final de cada ano o valor do ativo, partindo do cenário inicial com os dados de 2015 para projetar os anos seguintes do fluxo. Foram calculados, também, os valores do passivo. Assim, indica-se a composição ótima da carteira de investimento da unidade gestora utilizando-se da projeção dos ativos realizada anteriormente, por segmento e pelo portfólio ótimo, calcula-se o valor da carteira de investimentos com base na taxa de juros encontrada, e, de posse do passivo atuarial, apura-se o saldo entre ativo menos passivo.

Dado o cálculo da taxa de juros real, é possível que os valores calculados sejam negativos. Assim, é preciso considerar que ter uma taxa de juros reais negativa significa que os títulos têm rentabilidade menor do que a inflação no curto prazo. Isso significa que o gestor financeiro deve buscar investir em outras aplicações, que terão uma rentabilidade maior, dentro dos limites estabelecidos pela resolução CMN nº 3.922/2010.

Considerando o efeito da inflação, nota-se que os títulos individuais renderam no cenário inflacionário, considerado como *proxy* o INPC médio, suficiente para ter uma taxa real efetiva acima do valor da inflação. Dessa forma, conforme avaliação atuarial disponível no CADPREV, foi utilizada a taxa de desconto de juros real de 6% ao ano, com a expectativa de que, ao rodar o modelo adaptado, haja diferença em relação às projeções do ativo no horizonte de tempo.

Com relação às restrições impostas pela Resolução nº 3.922/2010, o software buscou a melhor combinação possível dado o nível de risco: foram utilizados como dados o retorno esperado e o desvio padrão, para, desse modo, gerar a matriz de covariância dos ativos que compõem a carteira, conforme Tabela 3. O software para apurar a variância utilizou as médias móveis exponencialmente ponderadas que atribui maiores pesos para observações mais recentes (Silva, 2015). Assim, foram calculadas as correlações entre cada par de classes de ativos, para, com base nas variâncias individuais de cada classe de ativos, calcular a matriz de covariâncias, utilizada para estimar o risco da carteira.

**Tabela 3 – Covariância dos ativos**

Títulos	RF IMA-B TP FI	RF IRF-M TP FI	RF IRF-M1 TP FIC DE FI	RF IDKA2 TP FI	RF TP IPCA I FI	RF Fluxo FIC de FI	Multime rcado FI LP
RF IMA-B TP FI	0,00000 022	0,00000 020	0,0000000 5	0,00000 004	0,00000 005	0,00000 004	0,00000 007
RF IRF-M TP FI	0,00000 020	0,00000 020	0,0000000 6	0,00000 004	0,00000 005	0,00000 004	0,00000 007
RF IRF-M1 TP FIC DE FI	0,00000 005	0,00000 006	0,0000000 2	0,00000 001	0,00000 001	0,00000 001	0,00000 002
RF IDKA2 TP FI	0,00000 004	0,00000 004	0,0000000 1	0,00000 001	0,00000 001	0,00000 001	0,00000 001
RF TP IPCA I FI	0,00000 005	0,00000 005	0,0000000 1	0,00000 001	0,00000 001	0,00000 001	0,00000 002

RF Fluxo FIC de FI	0,00000 004	0,00000 004	0,0000000 1	0,00000 001	0,00000 001	0,00000 001	0,00000 002
Multimercado FI LP	0,00000 007	0,00000 007	0,0000000 2	0,00000 001	0,00000 002	0,00000 002	0,00000 003

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados analisados.

Uma vez que a covariância visa identificar como os valores dos ativos se inter-relacionam, essa medida ao se apresentar positiva indica que as taxas de retorno apresentam comportamento de mesma tendência (Tabela 3). Isso indica que há uma expectativa que os títulos apresentem as mesmas tendências de retorno, isto é, valorizações ou desvalorizações conjuntas. Registre-se que isso não é um bom indicador para a diversificação da carteira, uma vez que ativos com covariâncias inversas é que possibilitam reduzir um risco.

A carteira foi otimizada considerando como pressupostos: (i) poupança como ativo livre de risco; (ii) restrições legais no limite de 100% para os fundos de investimento de títulos do tesouro nacional, 30% para os fundos de renda fixa referenciado e 5% para o fundo de renda variável multimercado; (iii) rendimentos esperados e desvios padrões; (iv) tabela de covariância (Tabela 3) e carteira que obteve o maior índice Sharpe. Assim, o programa retornou que dado esses ativos e as informações disponíveis, a carteira ótima seria investir 100% dos recursos no título BB Previdenciário Renda Fixa IDKA Títulos Públicos FI (100,00%), desse modo, o rendimento esperado da carteira seria de 1,92% ao mês. Calculando a taxa real, o rendimento da carteira passa ser de 1,28% ao mês ou 16,49% ao ano. De forma similar ao estudo de Horta (2011) a carteira mais rentável foi a carteira de canto prefixada.

Após a apuração da carteira com os percentuais de alocação, foi calculado o valor monetário para cada portfólio, por época e utilizando as duas taxas a da carteira ótima (16,49% ao ano), e do máximo permitido pela avaliação atuarial (6% ao ano). No modelo de ALM, esse fluxo foi projetado conforme as premissas já estabelecidas, considerando que para fins de divulgação da avaliação atuarial o limite legal estabelecido é de 6% ao ano, mas, o gestor pode ter como meta para fins de gestão do fluxo taxas mais altas, gerando expectativas de fluxos maiores. O fluxo do ativo foi gerado com base nas Equações do estudo, considerando, desse modo, também, as saídas de recurso do fluxo decorrentes do pagamento dos benefícios esperados.

É possível observar que os fluxos dos ativos utilizando a taxa da carteira ótima começam a aumentar significativamente em relação ao fluxo dos ativos utilizando a taxa da meta atuarial de 6% ao ano. Em 2016, a diferença estava em 10% de uma projeção para outra, chegando em 2020 a 50% de diferença e, a partir de 2024, de mais de 100% em relação ao fluxo de ativos projetados pela meta atuarial e os fluxos de ativos da carteira ótima. Pela meta atuarial, a partir

de 2037, não haveria recursos suficientes para cobrir os fluxos dos ativos, chegando a zero os valores projetados. Já com a taxa da carteira ótima, o fluxo continua crescendo com tempo.

### 4.3 Casamento dos Fluxos de Ativos e Passivos a partir do ALM

Com base nas informações apresentadas, estimando os fluxos de ativos e passivos, o RPPS analisado adotou as seguintes taxas de contribuições incidentes sobre a remuneração: 13,28% do ente; 11% dos servidores ativos; 11% dos inativos e pensionistas. Assim, para este RPPS, com base nos dados disponíveis, o custo total foi de 24,28%, sendo inserida a parcela relativa ao custeio administrativo.

Tendo em vista que os prazos das obrigações precisam “casar” com os prazos dos títulos da carteira, considerando os títulos disponíveis para o RPPS analisado, não houve disponibilidade de ativos em todos os períodos, e, nas estimações realizadas, optou-se pelo ativo com taxa mais próxima da obrigação a ser coberta. Pressupôs-se a liquidação dos títulos no vencimento e carregou-se tal taxa até a data de interesse. A projeção adotada no estudo foi de 75 anos e, por conseguinte, a meta estipulada foi calculada por esse período. Assim, após a apuração da carteira ótima por período com os percentuais de alocação para cada segmento, calculou-se o valor monetário para cada portfólio, por época.

Os achados mostram que o fluxo dos benefícios a serem pagos cresceu gradativamente com o passar dos anos, tendo o pico de crescimento a partir do ano de 2018. A partir de 2048, o fluxo dos benefícios a serem pagos passa a ter taxas decrescentes, diminuindo os valores a serem pagos. Essa redução dos valores dos benefícios aos longos dos anos decorre das características da massa de segurado, cuja probabilidade de sobrevivência diminui com o tempo, impactando, portanto, nos cálculos das provisões atuariais.

Verificou-se que os recursos garantidores, os ativos, segue uma tendência crescente especialmente de 2030 até 2089, assim, a taxa média de crescimento dos ativos fica em torno de 16%. Tendo em vista o cruzamento dos fluxos, foi possível manter excedente financeiro ao longo de todo o período analisado. Observa-se que, ao longo dos anos, chegará o ponto em que o RPPS terá excedentes dado o aumento constante dos ativos e a diminuição dos benefícios projetados. Destaca-se, contudo, que se as premissas atuariais não representarem adequadamente o comportamento da massa de servidores segurados, o modelo terá viés e a projeção será destoante da realidade.

Com a otimização da carteira para o período analisado, foi possível encontrar uma situação positiva, proporcionando uma gestão dos fluxos de ativos e passivos. Assim, as contribuições vertidas pelos servidores e pelo ente, acrescidas do retorno das aplicações, devem fluir para o fundo em ritmo suficiente para pagar benefícios no curto prazo e para honrar as obrigações de longo prazo do RPPS.

## 5. Considerações finais

Este estudo teve como objetivo analisar as perspectivas de adoção de modelos de ALM em RPPS, mediante a análise de conteúdo de modelos a partir da revisão da literatura, da modelagem estocástica das rentabilidades dos ativos e inflação, da seleção de ativos com rendimentos que suprissem a meta atuarial, e do desenvolvimento de uma função objetivo visando atender as restrições regulamentares dos RPPS.

Quanto aos modelos de ALM produzidos pela literatura, observou-se a utilização de abordagens estocásticas do ativo e do passivo, em razão dos parâmetros relacionados à construção de cenários e probabilidades, e, ainda, a necessidade de análise da volatilidade de risco retorno da carteira de ativos e o casamento dos fluxos, utilizando equações que representam simultaneamente os ativos e passivos.

Com base nos periódicos analisados, destaca-se que na aplicação dos modelos de ALM é necessário definir parâmetros que restringem as classes de ativo e passivo por imposição legal ou limitações. Quanto aos RPPS, verificou-se que a gestão de ativos previdenciários envolve gerenciar o risco nas aplicações, pois, o principal objetivo de sua gestão financeira é a garantia de que os recursos administrados são capazes de efetuar o pagamento futuro dos benefícios.

Desta forma, na adaptação do modelo de ALM para os RPPS, foram consideradas as restrições impostas pela legislação previdenciária, como os limites estabelecidos pela Resolução CMN nº 3.922/2010 em relação à composição da carteira, e as premissas financeiras e atuariais definidas na Portaria MPS nº 403/2008, com destaque para a taxa de desconto utilizada para trazer os passivos a valor presente, limitada a 6% ao ano.

Registre-se que apesar de não haver exigência legal para uso do ALM em fundos de pensão, há evidências na literatura de sua utilização diante das características que permitem uma gestão dinâmica de alocação. Assim, inferiu-se, da mesma forma, que embora também não exista determinação legal para a utilização do ALM em RPPS, essa ferramenta poderia ser factível diante de todas as questões dinâmicas envolvidas e das perspectivas de solução para o problema de rentabilidade.

Ao aplicar o modelo de ALM desenvolvido via programação estocástica multiperíodo em um RPPS real, com base nos dados coletados na entidade objeto de análise, verificou-se que é factível a adoção dessa ferramenta nos regimes próprios de previdência social, e que a sua aplicação permite viabilizar a projeção dos fluxos de caixa dos ativos e benefícios com o objetivo de otimizar os fluxos e alcançar o equilíbrio financeiro e atuarial dos RPPS.

Em termos práticos, a aplicação do modelo de ALM otimizou os resultados da carteira de investimentos no período analisado e proporcionou uma melhoria no casamento dos fluxos de ativos e passivos no regime próprio objeto do estudo, maximizando os resultados anteriormente

obtidos sem o seu uso, mostrando que o ALM pode ser uma importante ferramenta de gestão para a sustentabilidade das contas previdenciárias.

Para pesquisas futuras, sugere-se a aplicação de modelos de ALM em outros RPPS, com características diferentes; aplicação de testes de adequação nas premissas atuariais analisadas; e projeção de períodos mais longos, de modo a verificar se as afirmações apresentadas neste estudo podem ser extrapoladas para os demais RPPS.

## Referências

Aglietta, M., Brière, M., Rigot, S. e Signori, O. (2012). *Rehabilitating the role of active management for pension funds*. *Journal of banking e finance*, v. 36, n. 9, p. 2565-2574.

Arfux, G. A. B. (2004). **Gerenciamento de riscos na comercialização de energia elétrica com uso de instrumentos derivativos: uma abordagem via teoria de portfólios de Markowitz**. 2004. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

Bach, T. M., Silva, W.V., Kudlawicz, C. e Marques, S. (2015). Eficiência das Companhias Abertas e o Risco versus Retorno das Carteiras de Ações a partir do Modelo de Markowitz. **Revista Evidenciação Contábil e Finanças**, v. 3, n. 1, p. 34-53.

Baima, F. R. (1998). **Análise de desempenho dos investimentos dos fundos de pensão no Brasil**. 1998. 109 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

Barroso, L. R. (2010). Constitucionalidade e legitimidade da Reforma da Previdência (ascensão e queda de um regime de erros e privilégios). **Rev. Eletrônica sobre a Reforma do Estado**, Rio de Janeiro, n. 20, p. 49-107.

Bertucci, L. A.; Souza, F. H. R. de e Félix, L. F. F. (2006). Gerenciamento de risco de fundos de pensão no Brasil: alocação estratégica ou simples foco na meta atuarial? **Revista Economia e Gestão**, Belo Horizonte, v. 6, n. 13.

Bertucci, L. A.; Souza, F. H. R. de e Félix, L. F. F. (2004). Regimes próprios de previdência e entidades fechadas de previdência complementar: o caso do Fundo de Previdência do Estado de Minas Gerais. **Revista Economia e Gestão**, Belo Horizonte, v. 4, n. 7.

Bloom, D.E., Canning, D., Mansfield, R.K. e Moore, M. (2007). *Demographic Change, Social Security Systems, and Savings*. *Journal of Monetary Economics*, 54, p. 92-114.

Bovenberg, L. e Mehlkop, R. (2014). *Optimal design of funded Pension schemes*. **Annuario Rev. Econ**, v.6, p. 445 –474, 2014.

Bruni, A. L.; Fuentes, J. e Famá, R. (1998). A moderna teoria de portfólios e a Contribuição dos mercados latinos na Otimização da relação risco versus Retorno de carteiras internacionais: Evidências empíricas recentes (1996-1997). **III Semead**, 1998.

Calazans, F. F., Souza, M.V.de, Hirano, K.D., Caldeira, R.M., Silva, M.L.P.da, Rocha, P.E.T. e Caetano, M.A. (2013). A importância da unidade gestora nos regimes próprios de Previdência Social: análise da situação dos estados e do Distrito Federal. **RAP: Revista Brasileira de Administração Pública**, Rio de Janeiro, v. 47, n. 2, 2013, p. 275 a 304.

Caldart, P. R., Motta, S.T., Caetano, M. A. e Bonatto, T.V. (2014) Adequação das Hipóteses Atuariais e Modelo Alternativo de Capitalização para o Regime Básico do RPPS: o Caso do Rio Grande do Sul. **Revista Contabilidade e Finanças**, São Paulo, v. 25, n. 66, p. 281-293.

Capelo, E. R. (1986). **Fundos Privados de Pensão**: uma introdução ao estudo atuarial. 1986. 403 f. Tese (Doutorado em Administração) - Escola de Administração de Empresas de São Paulo, Fundação Getúlio Vargas, São Paulo.

Cartacho, M. S. (2001). **A utilização de um modelo híbrido algoritmo genético**: redes neurais no processo de seleção de carteiras. 2001. 99 f. Dissertação (Mestrado em Administração) – Programa de Pós-Graduação e Pesquisa em Administração da Faculdade de Ciências Econômicas, Universidade Federal de Minas Gerais.

Casaccia, M. C., Galli, O.C., Macêdo, G.R. de e Leitão, C. (2011). Análise do desempenho de fundos de investimentos: um estudo em ações brasileiras no período de janeiro de 2004 a agosto de 2009. **Revista Organizações em Contexto-online**, v. 7, n. 13, p. 1-30.

Cassettari, A. (2001). Uma forma alternativa para alocação ótima de capital em carteiras de risco. **Revista de Administração da Universidade de São Paulo**, v. 36, n. 3.

Creswell, J. W. (2010). **Projeto de pesquisa**: Métodos qualitativo, quantitativo e misto. Porto alegre: Artmed, 3ª edição, 2010, p. 296.

Demiguel, V. e Nogales, F. J. (2009). *Portfolio selection with robust estimation*. **Operations Research**, v. 57, n. 3, p. 560-577.

Dupacová, J. e Polívka, J. (2009). *Asset-liability management for Czech pension funds using stochastic programming*. **Annals of Operations Research**, v. 165, n. 1, p. 5-28.

- Fantinel, R. S. (2003). **Regimes próprios de previdência social: o papel do controle na manutenção do equilíbrio financeiro e atuarial do sistema**. 2003. 107 f. Dissertação (Mestrado em Controladoria) – Faculdade de Ciências Econômicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- Fantinel, R. S. (2002). O papel dos sistemas integrados de informações nos regimes próprios de previdência social. **ConTexto**, Porto Alegre, v. 2, n. 3.
- Félix, C. L.; Ribeiro, H. J. e Tostes, F. P. (2008). Uma contribuição à análise de fatores que influenciam o equilíbrio do sistema previdenciário. **Pensar Contábil**, v. 10, n. 39.
- Ferreira, A.H.B, Givisiez, L.J.V.B, Bessegato, L.F. e Nogueira Júnior, R.P. (2010). A alocação de recursos dos regimes próprios de previdência social tem sido eficiente? **Revista Economia e Gestão**, v. 10, n. 24, p. 48-73.
- Ferstl, R.; Weissensteiner, A. (2011). *Asset-liability management under time-varying investment opportunities*. **Journal of Banking e Finance**, v. 35, n. 1, p. 182-192.
- Figueiredo, D. Z. (2011). **Tomada de decisão de investimento em um fundo de pensão com plano de benefícios do tipo benefício definido**: uma abordagem via programação estocástica multiestágio linear. 66 f. Mestre (Mestrado em Engenharia), Universidade de São Paulo.
- Giambiagi, F. e Afonso, L. E. (2009). Cálculo da alíquota de contribuição previdenciária atuarialmente equilibrada: uma aplicação ao caso brasileiro. **Revista Brasileira de Economia**, Rio de Janeiro v. 63, n. 2, p. 153-179.
- GIL, A. C. (2012). **Métodos e ferramentas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 6ª edição, 2012, p. 200.
- Gitman, L. J. (2010). **Princípios de administração financeira**. São Paulo: Pearson Education, 12ª Ed, 2010, p. 775.
- Goecke, O. (2013). *Pension saving schemes with return smoothing mechanism*. **Insurance: Mathematics and Economics**, v. 53, n. 3, p. 678-689.
- Haneveld, W.K. K.; Streutker, M. H. e Vand Der Vlerk, M. H. (2008). *Indexation of Dutch pension rights in multistage recourse ALM models*. **IMA Journal of Management Mathematics**, p. dpp010.
- Haneveld, W.K. K.; Streutker, M. H. e Vand Der Vlerk, M. H. (2007). *Implementation of new regulatory rules in a multistage ALM model for Dutch pension funds*. University of Groningen, Research Institute SOM (Systems, Organisations and Management).

- Hoevenaars, R. P. e Ponds, E. H. (2008). *Valuation of intergenerational transfers in funded collective pension schemes*. **Insurance: Mathematics and Economics**, v. 42, n. 2, p. 578-593.
- Horta, G. T. de L. (2011). **Administração da dívida pública: um estudo para o caso brasileiro**. 2011. 112f. Dissertação (Mestrado em Economia) – Programa de Pós Graduação em Economia, Universidade de São Paulo.
- Huang, D., Zhou, J., Li, B., Hoi, S.C.H. e Zhou, S. (2016). *Robust Median Reversion Strategy for Online Portfolio Selection*. **IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering**, Vol. 28, n°. 9, p. 2480-2493.
- Hurtado, N. H. (2008). **Análise de Metodologias de Gestão de Ativos e Passivos de Planos de Benefício Definido em Fundos de Pensão: uma Abordagem Financeiro-Atuarial**. 2008. 190 f. Tese (Doutorado em Administração) - Centro de Ciências Jurídicas e Econômicas Instituto de Pós-Graduação e Pesquisa em Administração (COPPEAD), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- Jorion, P. (2010). **Value at Risk: A nova fonte de referência para a gestão do risco financeiro**. São Paulo: BMEFBovespa, 2010, p. 487.
- Kato, F. H. (2004). **Análise de carteiras em tempo discreto**. 2004. 144 p. Dissertação (Mestrado em Administração) – Programa de Pós-Graduação em Administração, Universidade de São Paulo, USP, São Paulo.
- Lima, A. C. de. (2008). Desempenho dos fundos de investimento do tipo previdência privada e sua sensibilidade à variação da taxa de juros. **Revista de Administração Mackenzie**, v. 7, n. 2.
- Lima, D. V. de; Guimarães, O. G. (2016). **A Contabilidade na Gestão dos Regimes Próprios de Previdência Social**. São Paulo: Atlas, 292 p.
- Lima, D. V. de; Oliveira, F. V. de e Silva, C. A. T. (2012). Efeito da taxa de desconto na sustentabilidade dos Regimes Próprios de Previdência social. **Informe da Previdência Social**, Ministério da Previdência Social, Brasília, v. 24, n. 5, p. 4 - 24, 2012.
- Markowitz, H. (1959). **Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments**. Yale University.
- Marques, D. (2011). **Asset and Liability Manager (ALM) para Entidades Fechadas de Previdência Complementar no Brasil: Validação de um Modelo de Otimização com Aplicação a um Caso Prático**. 150f. Dissertação (Mestrado Profissional em Regulação e Gestão de Negócios), Centro de Estudos de Regulação de Mercados, Universidade de Brasília, Brasília.

Martins, G. de A. e Theóphilo, C. R. (2009). **Metodologia da Investigação Científica para Ciências Sociais Aplicadas**. São Paulo: Atlas, 2ª edição, 247 p.

Mascarenhas, R. de A. C.; Oliveira, A. M. R. de e Caetano, M. A. (2004). Análise Atuarial da Reforma da Previdência do Funcionalismo Público da União. **Coleção Previdência Social**, Ministério da Previdência Social, v. 21, Brasília.

Mitchell, O. S.; Piggot, J. e Kumru, C. (2008). *Managing public investment funds: Best practices and new challenges*. National Bureau of Economic Research.

Mulvey, J. M., Simsek, K.D.,Zhang, Z., Fabozzi, F.J. ePauling, W.R. (2008). *OR PRACTICE-Assisting Defined-Benefit Pension Plans*. **Operations research**, v. 56, n. 5, p. 1066-1078.

Nogueira, N. G. O equilíbrio financeiro e atuarial dos RPPS: de princípio constitucional a política pública de estado. (2012). **Coleção Previdência Social**, Ministério da Previdência Social, v. 34, Brasília.

Pézier, J. e Scheller, J. (2011). *Optimal investment strategies and performance sharing rules for pension schemes with minimum guarantee*. **Journal of Pension Economics and Finance**, v. 10, n. 01, p. 119-145.

Porto, V. e Caetano. M. A. (2015). A previdência dos servidores públicos federais: um regime sustentável? In: Congresso Consad de Gestão Pública, VIII, Brasília. **Anais...** Brasília: Conselho Nacional de Secretários de Estado da Administração.

Reis, C. E. dos; Lima, D. V. de e Wilbert, M. D. (2015). Impacto do Registro Contábil da Provisão Matemática Previdenciária dos Servidores Públicos Federais no Balanço Geral da União. IN: Congresso USP de Controladoria e Contabilidade, 15º, São Paulo. **Anais...** São Paulo: USP.

Saad, N. S. e Ribeiro, C. de O. (2006). Um modelo de gestão de ativo/passivo: aplicação para fundos de benefício definido com ativos de fluxo incerto. **Revista de Contabilidade e Finanças**.

Santos, A. A. P. e Tessari, C. (2012). Ferramentas Quantitativas de Otimização de Carteiras Aplicadas ao Mercado de Ações Brasileiro (Quantitative Portfolio Optimization Techniques Applied to the Brazilian Stock Market). **Revista Brasileira de Finanças**, v. 10, n. 3, p. 369.

Sharpe, W. F. (1964). *Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk\**. **The journal of finance**, v. 19, n. 3, p. 425-442.

Siegmann, A. (2007). *Optimal investment policies for defined benefit pension funds*. **Journal of Pension Economics and Finance**, v. 6, n. 01, p. 1-20.

Silva, S. A. de L. e. (2015). **Avaliação da Eficácia dos Modelos de Asset Liability Management e Liability Driven Investment para um Fundo de Pensão Brasileiro**. 134f. Dissertação (Mestrado em Administração) - Centro de Pós-Graduação e Pesquisas em Administração da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Minas Gerais, 134 p.

Toukourou, Y. A.F. e Dufresne, F. (2015). *On Integrated Chance Constraints in ALM for Pension Funds*. **ArxivPreprint**:1503.05343.

Trintinalia, C. e Serra, R. G. (2016). Estudo sobre a otimização de uma carteira de fundos de investimentos destinados aos regimes próprios de previdência social (RPPS). In: Congresso USP de Controladoria e Contabilidade, 16º, 2016, São Pa