

## Uma breve descrição do tratado *Līlāvātī* Of *Bhāskarācārya* do Século XII

DIANARA FIGUEIRÊDO FREIRE<sup>1</sup>

ANA CAROLINA COSTA PEREIRA<sup>2</sup>

### Resumo

*Estudos envolvendo tratados matemáticos do período clássico da civilização hindu, entre o século V e o XII, ainda são escassos, devido, principalmente, à pouca compreensão linguística. Dentre os poucos tratados que possuem uma tradução do hindu para o inglês, encontramos o Līlāvātī, escrito no século XII, de autoria do Bhāskarācārya, que faz parte do seu Siddhāntaśiromani. Dessa forma, este artigo tem o intuito de apresentar uma primeira descrição do tratado Līlāvātī, tendo como fonte principal a tradução Līlāvātī of Bhāskarācārya: A Treatise of Mathematics of Vedic Tradition, edição de Patwardhan, Naimpally e Singh (2006). O trabalho foi feito por meio de uma pesquisa qualitativa, documental. Portanto, considerando que Lilavati tem 34 capítulos e apresenta uma gama de conteúdos matemáticos de aritmética, geometria e álgebra, com um estudo aprofundado, pode vir a contribuir para inserção da história no ensino de Matemática.*

**Palavras-chave:** *Līlāvātī of Bhāskarācārya; história da matemática; ensino de matemática.*

### Abstract

*Studies involving mathematical treatises from the classical period of Hindu civilization, between the fifth and twelfth centuries, are still scarce, mainly due to little linguistic understanding. Among the few treatises that have a translation from Hindu to English, we find the Līlāvātī, written in the 12th century, by Bhāskarācārya which is part of his siddhāntaśiromani. Thus, this article aims to present a first description of the Lilavati treatise, having as its main source the translation Līlāvātī of Bhāskarācārya: A Treatise of Mathematics of Vedic Tradition, edition by Patwardhan, Naimpally and Singh (2006). The work was done through a qualitative, documentary research. Therefore, we consider that Lilavati has 34 chapters and presents a range of mathematical contents in arithmetic, geometry and algebra, in which, with an in-depth study, they can contribute to the insertion of history in the teaching of Mathematics.*

**Keywords:** *Līlāvātī of Bhāskarācārya; History of Mathematics; Mathematics Teaching.*

### Introdução

Estudos que envolvem a descrição e a análise de fontes históricas ligadas à Matemática estão em expansão no Brasil<sup>3</sup>. Isso porque elas configuram um recurso advindo da

<sup>1</sup> Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará. Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática – e-mail: dianarafigueiredo321@gmail.com.

<sup>2</sup> Universidade Estadual do Ceará. Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM) – e-mail: carolina.pereira@uece.br.

<sup>3</sup> Diversos estudos estão sendo desenvolvidos, no Brasil, utilizando fontes históricas no ensino, dentre

história da Matemática com um potencial didático e pedagógico favorável a construir e reconstruir conceitos matemáticos balizadores na formação de professores.

Nesse contexto, consideramos que um documento original, presente na história da Matemática, é um potencializador para a promoção de recursos a serem utilizados no ensino de Matemática. Segundo Pereira e Pereira (2015, p. 76), “o uso de textos históricos na sala de aula pode promover a compreensão de conceitos matemáticos por meio de atividades que proporcionem aos alunos meios mais significativos para a aprendizagem”. Todavia, esses recursos advindos da história da Matemática, antes de adentrarem a sala de aula, requerem um estudo aprofundado do contexto no qual a fonte foi escrita.

Nessa perspectiva, Silva e Pereira (2021) afirmam que os textos históricos matemáticos são partes escritas de documentos originais e que, conforme Saito (2015), esses podem ser cartas, tratados, monumentos, entre outros, que trazem vestígios do passado. O estudo desses documentos, em uma pesquisa historiográfica atualizada, busca compreender o conhecimento em seu contexto, promovendo, assim, um maior entendimento da construção dos conceitos matemáticos.

Para a escolha de um desses textos para o ensino, existem sete critérios elencados por Silva e Pereira (2021), sendo: (1) Qual material utilizar?; (2) Qual a forma de utilizar o material?; (3) Qual o objetivo da implementação?; (4) Em que séries ou nível escolar pode-se aplicá-lo?; (5) Precisa-se fazer um tratamento didático?; (6) Quando utilizar o texto original?; (7) Qual a perspectiva historiográfica escolhida?.

Para este artigo, utilizamos alguns desses critérios. Quando pensamos no (1), encontramos documentos que estão direcionados à Matemática védica ou hindu. Entretanto, estudos dessa natureza ainda são pouco desenvolvidos, na academia, em trabalhos direcionados à área de história da Matemática, visto que, ao pesquisar pela palavra-chave “matemática indiana”, encontramos três dissertações<sup>4</sup> na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), três artigos<sup>5</sup> no Portal de Periódicos da CAPES e nenhum trabalho que verse sobre o assunto no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES. Desses trabalhos, apenas um, Guedes (2019), trata sobre o autor do documento estudado neste artigo, com visões anacrônicas de conteúdos que,

---

eles, podemos citar: Saito (2016), Saito e Dias (2013), Pereira e Pereira (2015), Batista e Pereira (2021), Santos, Freire e Pereira (2021).

<sup>4</sup> Silva (2020), Guedes (2019), Silva (2017).

possivelmente, não eram difundidos no século XII.

Um dos motivos dessa falta de estudos com obras hindus é a dificuldade de leitura na língua indiana, principalmente, de textos antigos, que possuem limitadas traduções de tratados matemáticos, que remontam a um período de desenvolvimento dessa civilização (PLOFKER, 1993). Com isso, nota-se a relevância de trabalhos que estudem essa temática. Nesse contexto, fizemos a escolha do tratado *Līlāvātī*, de Bhāskarācārya, uma parte da obra *Siddhāntaśiromani*, escrita, em 1150, por Bhāskarācārya (1114-1185), ele é muito citado em livros clássicos de história da Matemática<sup>6</sup>. Como o original não foi encontrado, optamos por uma tradução para a língua inglesa, intitulada: *Līlāvātī of Bhāskarācārya: A Treatise of Mathematics of Vedic Tradition*, edição de 2006, produzida por Krishnaji Shankara Patwardhan, Somashekhara Amrita Naimpally e Shyam Lal Singh.

Nesse contexto, torna-se necessário o critério (5). Por isso, começamos, neste artigo, a fazer um tratamento didático nesse tratado, principalmente, elaborando a tradução para a língua portuguesa, pois, segundo as autoras, o tratamento didático leva em conta o idioma, o objetivo, o público-alvo, entre outros aspectos, visto que as autoras admitem que há ainda um limitado domínio dos professores sobre as línguas estrangeiras (SILVA; PEREIRA, 2021). Diante disso, no (7), optamos por uma historiografia atualizada, porque ela nos propicia, através do texto, perceber o contexto envolto no tratado.

Dessa forma, este artigo tem o intuito de apresentar uma primeira descrição do contexto no qual o tratado *Līlāvātī* está inserido. O texto buscar trazer um panorama do tratado e do autor, enfatizando sua estrutura, seu conteúdo e uma possível planificação para o ensino de Matemática, tendo como fonte principal a tradução *Līlāvātī of Bhāskarācārya: A Treatise of Mathematics of Vedic Tradition*, de Patwardhan, Naimpally e Singh (2006).

## 1 Metodologia do Estudo

Esta visão de pesquisa se adequa a um estudo qualitativo, de cunho descritivo, no qual o documento histórico entra como elemento principal. Nesse sentido, a pesquisa documental se conecta com o que pretendemos realizar, ou seja, “intenso e amplo

---

<sup>5</sup> Gaspar (2020), Nicholson (2016), Gamas (2015).

<sup>6</sup> Eves (2015), Boyer (2012), Cajori (2019).

exame de diversos materiais que ainda não sofreram nenhum trabalho de análise, ou que podem ser reexaminados, buscando-se outras interpretações ou informações complementares” (KRIPKA, SCHELLER, BONOTTO, p. 244, 2015). Nesse caso, o documento, na pesquisa em história da Matemática, é um vestígio do passado, que evidencia acontecimentos e serve de testemunho para contar, a partir de um ponto de vista, relações existentes entre o passado e o presente.

O documento escolhido é um texto que dispõe a Matemática védica do século XII, em especial, o tratado intitulado *Līlavātī*, escrito, em 1150, pelo matemático indiano Bhāskarācārya. Dentre as versões encontradas em repositórios acadêmicos, três traduções são da língua inglesa, que podem ser visualizadas, no Quadro 1, a seguir:

**Quadro 1 – Traduções encontradas do tratado Lilavati**

<b>Título</b>	<b>Tradutor(es)</b>	<b>Ano</b>
<i>Lilawati: or a treatise on Arithmetic and Geometry</i>	John Taylor	1816
<i>Lilāvati</i>	Colebrooke, com notas de Haran Chandra Banerji	1967
<i>Līlavātī of Bhāskarācārya: A Treatise of Mathematics of Vedic Tradition</i>	Krishnaji Shankara Patwardhan, Somashekhara Amrita Nainpally e Shyam Lal Singh	2006

**Fonte:** Elaborado pela autora.

A restrição ao uso da língua inglesa, nas traduções selecionadas, justifica-se pelo “fácil” acesso à leitura de textos e, conseqüentemente, pelas possibilidades de um tratamento didático quando formos vincular à formação de professores. Além disso, como se trata de traduções do hindu para o inglês, a fidelidade linguística também deve ser ponderada. Segundo Eco (2007, p. 17):

O conceito de fidelidade tem a ver com a persuasão de que a tradução é uma das formas da interpretação e que deve sempre visar, embora partindo da sensibilidade e da cultura do leitor, reencontrar não digo a intenção do autor, mas a intenção do texto, aquilo que o texto diz ou sugere em relação à língua em que é expresso e ao contexto cultural em que nasceu.

Portanto, deve-se tomar cuidado ao se traduzir um texto. Essas traduções têm algumas diferenças, a de Taylor (1816) vem dividida em quatro partes sobre aritmética, operações da geometria, Kutaka<sup>7</sup> e anexos, cada uma está dividida em seções<sup>8</sup>. Sobre essa versão, o seu tradutor afirma: “as regras em *Lilawati* são apresentadas em um estilo tão elíptico e obscuro que muitas vezes seriam ininteligíveis se o significado não tivesse sido expandido na tradução” (TAYLOR, 1816, p. 5)<sup>9</sup>.

Já a de Colebrooke (1967) é separada em treze capítulos, em que alguns contêm seções em seu interior. Na primeira parte dessa tradução, o autor apresenta um *Līlāvātī* comentado, não só por ele, mas também por outros comentaristas, que ele julga como os melhores que já haviam estudado essa obra. Mas, ao final, ele alega que, “Para conveniência de referência, o *Lilāvati* em sânscrito é impresso no final, com divisões em capítulos e seções correspondentes às feitas na tradução. Nenhuma dessas divisões foi feita por Bháskara” (COLEBROOKE, 1967, p. vi)<sup>10</sup>.

Patwardhan, Nainpally e Singh (2006) fizeram uma tradução da obra comentada: *Līlāvātī Punardarśana*, de Narayana H. Phadke, de 1971, que era escrita em Marhātī<sup>11</sup>. Dividida em 34 capítulos, seu autor procurou separar os assuntos matemáticos de acordo com a ordem dos livros de atualmente. Na leitura, notamos um tratamento didático do autor, em que ele utiliza letras para representar quantidades nos problemas e em métodos de resoluções, o que não aparece nas demais. Com isso, Nainpally (2006, p. xiv, tradução nossa) menciona que: “analisei sua versão, comparei com a original e fiz muitas alterações. Tomei a liberdade de encurtar ou simplificar algumas derivações/provas e omitir aquelas que são encontradas nos livros didáticos atuais”<sup>12</sup>.

Embora o levantamento tenha nos levado a três interpretações do tratado, apenas uma versão será estudada no trabalho, a de 2006. Entretanto, há a necessidade de fazer um cotejamento, ou seja, comparar as versões para saber as diferentes interpretações do documento. Isso é um próximo passo do estudo.

---

<sup>7</sup> Quantidades desconhecidas.

<sup>8</sup> Mais detalhes sobre essas seções serão dados em pesquisas posteriores.

<sup>9</sup> The rules in the *Lilawati* are delivered in a style so very elliptical and obscure, that often they would have been quite unintelligible had not the meaning been expanded in the translation.

<sup>10</sup> For convenience of reference, the *Lilāvati* in Sanscrit is printed at the end, with divisions into chapters and sections corresponding to those made in the translation. No such divisions were made by Bháskara.

<sup>11</sup> Língua falada predominantemente em Maharashtra, estado situado na Índia.

<sup>12</sup> I went through his version, compared it with the original and made many changes. I have taken the liberty to shorten or simplify some derivations/proofs and to omit those that are found in current textbooks.

Desse modo, a seguir, iremos apresentar uma descrição do tratado a partir da tradução de Patwardhan, Naimpally e Singh (2006), destacando aspectos contextuais e epistemológicos por meio do texto estudado. Portanto, trataremos esse tratado como documento original nesta investigação, pois, segundo Silva (2018), o pesquisador, dependendo de sua intencionalidade, pode tomar uma tradução como sua fonte principal de pesquisa.

## 2 Conhecendo Bhāskarācārya

Na literatura da Matemática indiana, são citados dois Bhaskaras, então vamos deixar claro quem é Bhaskara I e Bhaskara II. O primeiro é apontado como seguidor de Aryabhata, ele fez comentário sobre seu tratado Aryabhatiya. Segundo Roque (2012), ele é um personagem desconhecido na Matemática indiana; Datta (1930, p. 731) aponta que esse viveu no século VI e era “o principal expoente da escola de Āryabhata”<sup>13</sup>.

Contudo, o tratado *Līlavātī* é atribuído a Bhāskarācārya ou Bhaskara II, astrônomo e astrólogo hindu, que nasceu, aproximadamente, no ano de 1114. A região em que ele habitou ainda é discutida por historiadores, mas, conforme Patwardhan, Naimpally e Singh (2006), Bhāskarācārya afirmou, em *Golādhyāya*, uma de suas obras, que viveu em Vijjalavida, porém, atualmente, não se encontra esse lugar no mapa da Índia. No entanto, esses autores apontam algumas cidades, que ficam no norte da Índia, que podem vir a ser esse local; Eves (2015) corrobora com essa ideia dizendo que o astrônomo morava em Ujjain, localizada na região norte da Índia.

Sobre a região, Plofker (1993, p. 6) afirma que “[...] no norte do Sul da Ásia, [...] há um longo histórico de comunidades assentadas com animais domesticados e grãos da agricultura”<sup>14</sup>. Com isso, notaremos, na próxima sessão, que os problemas de *Līlavātī* vão ao encontro desse contexto, já que as culturas passadas, nessa região, mostravam “agricultura, arquitetura, manufatura e comércio amplamente desenvolvidos” (PLOFKER, 1993, p. 7)<sup>15</sup>.

*Līlavātī* se encontra no compêndio de tratados, intitulado: *Siddhāntaśiromani*, que é dividido em quatro partes, sendo elas: *Līlavātī*, *Bījaganita*, *Golādhyāya* e *Gaṇitādhyāya*. Nesse contexto, Joseph (2016) ainda pontua que Bhāskarācārya ficou muito conhecido

---

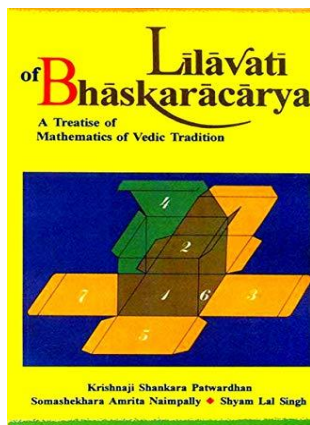
<sup>13</sup> The chief exponente of the school of Āryabhata.

<sup>14</sup> [...] in northern South Asia, [...] there is a long record of settled communities with domesticated animals and grain agriculture.

<sup>15</sup> [...] show extensively developed agriculture, architecture, manufacture, and trade.

por causa desse copilado de obras, que foi escrito em 1150, quando ele tinha 36 anos. A seguir, podemos visualizar, na Figura 1, o frontispício da tradução, utilizada neste artigo, do *Līlavāṭī*:

**Figura 1** – Capa da tradução Patwardhan, Nainpally e Singh (2006)



**Fonte:** Patwardhan, Nainpally e Singh (2006).

Em relação ao documento *Līlavāṭī*, textos tradicionais, como Boyer (2015), Joseph (2016), Souza (2001), trazem uma história sobre o porquê de Bhaskarācārya ter escrito esse tratado e também a causa do seu nome. A lenda pode ser lida a seguir, de acordo com Boyer (2015, p. 161):

O nome do título é o da filha de Bhaskara que, segundo a lenda, perdeu a oportunidade de se casar por causa da confiança de seu pai em suas predições astrológicas. Bhaskara tinha calculado que sua filha só poderia se casar de modo propício em uma hora determinada de um dia dado. No dia que deveria ser o de seu casamento, a jovem ansiosa estava debruçada sobre o relógio de água quando se aproximava a hora do casamento, quando uma pérola em seu cabelo caiu, sem ser observada, e deteve o fluxo de água. Antes que o acidente fosse notado, a hora propícia passara. Para consolar a infeliz moça, o pai deu seu nome ao livro que estamos descrevendo.

Nessa conjuntura, Patwardhan, Nainpally e Singh (2006) complementam dizendo que esse tratado é uma introdução para entender as demais obras do compêndio. Sobre os textos de Bhaskara II, Roque (2012, p. 239) afirma que ele foi “autor dos livros mais populares de aritmética e álgebra no século XII, que, presume-se, foram livros-texto

voltados para o ensino. As evidências abundantes sobre os trabalhos desse astrônomo, que nasceu em 1114, indicam que eram bastante influentes na época”. Com isso, cabe notar que não tínhamos um sistema de ensino arquitetado naquele período, assim, convém que mais pesquisas busquem encontrar o público-alvo desse tratado.

### **3 *Līlavāṭī***

Ao fazer um breve estudo da tradução de Patwardhan, Naimpally e Singh (2006), averiguamos a existência de muitas singularidades que merecem a atenção do pesquisador. Nesse sentido, sobre o tratado, Silva *et al.* (2018, p. 82) afirmam que: “como obras encontradas em papiros, tábuas e ruínas, também pode ser usada como fonte histórica”.

Notamos, ao longo desta pesquisa, que *Līlavāṭī* foi usado por muitos anos em escolas da Índia, o que nos faz refletir sobre a sua importância para registrar o conhecimento e repassar o aprendizado daquela época. Patwardhan, Naimpally e Singh (2006, p. xv-xvi, tradução da nossa) alegam que:

O *Līlavāṭī* é um livro de Aritmética escrito no século XII. Foi usado na Índia como livro didático por muitos séculos. Mesmo agora, ele está sendo usado em escolas de sânscrito em alguns estados. As técnicas para a solução de problemas são simples e fáceis de usar e, além disso, há muitas informações interessantes sobre os problemas aqui apresentados.<sup>16</sup>

Nessa perspectiva, averiguamos que o conteúdo de *Līlavāṭī* ainda é aplicado, no século XXI, na Índia, o que nos revela a importância desse documento escrito no século XII. *Līlavāṭī* expõe diversos assuntos relativos à Matemática, conta com definições, métodos para usar em resoluções e 120 problemas para o leitor aplicar o que aprendeu. O livro não conta com demonstrações, contendo apenas uma Matemática prática que ensina como fazer, dando ideia de que Bhaskara II estava empenhando, com esse tratado, em facilitar a vida do seu público-alvo.

Aparece no título da tradução: “tradição védica”, tem-se que “a palavra Veda significa em Sânscrito conhecimento, mas adquiriu o sentido de designar o grande corpo de

---

<sup>16</sup> The *Līlavāṭī* is a book on Arithmetic written in the twelfth century. It was used in India as a textbook for many centuries. Even now it is being used in Sanskrit Schools in some States. Techniques for the solution of problems are simple and easy to use and, moreover, there is a lot of interesting information in the problems presented therein.



textos originários da Índia Antiga, além de denominar a civilização que se desenvolveu no vale dos rios Indo-Sarasvati” (ROMÃO, 2011, p. 5-6). Sobre a Matemática védica, o autor menciona:

Os textos antigos que, portanto, são denominados de védicos, por muito tempo, acreditou-se que eles tratavam apenas de literatura ou religião, talvez pelo fato destes se constituírem em hinos e apresentarem os temas em forma de verso e usando metáforas. Neste contexto, porém, há que se apresentar a importância que a Matemática exercia na vida daquele grupo cultural, uma vez que para a construção dos altares destinados às cerimônias religiosas; medidas precisas eram requeridas (ROMÃO, 2011, p. 6).

Os vedas eram muito relevantes para a cultura indiana, segundo Plofker (1993), umas das suas singularidades era a escrita em versos, pois era mais fácil de decorar para as cerimônias religiosas e mais fácil de repassar na forma oral, o autor alega que muitos textos se perderam, porque esse saber era repassado, na maioria das vezes, de forma falada. Um dos aspectos a ser considerado, na cultura indiana, é a religião, que aparece nos vedas e que está no contexto dos problemas de *Līlavātī*, assim, Boyer (2012, p. 151) ressalta que esse “grupo de textos antigos essencialmente religiosos, inclui referências a números grandes e a sistemas decimais”. Com isso, *Līlavātī* é considerado um texto védico por ser escrito em versos e ainda possuir a parte aritmética do *Siddhāntaśiromani*.

A tradução estudada, neste artigo, é iniciada com uma exposição de justificativas de tradução e com pequenas seções sobre a vida e as obras de *Bhāskarācārya*. Em seguida, o tradutor começa *Līlavātī*, que é dividido em 34 capítulos, apresentando a Matemática que estava contida nesse tratado. Os capítulos são estruturados com os versos escritos em *Marhātī*, depois há a tradução para o inglês e também há comentários sobre os métodos apresentados por *Bhāskarācārya*. Na Figura 2, podemos averiguar como esse livro é apresentado ao leitor:

**Figura 2 – Estruturação da leitura em Līlāvātī of Bhāskarācārya...**

स्याद्योजनं क्रोशचतुष्टयेन तथा करणां दशकेन वंशः ।  
निवर्तनं विंशतिवंशसंख्यैः क्षेत्रं चतुर्भिःश्च भुजैर्निबद्धम् ॥ VI ॥

1 *yojana* = 4 *kosas*, 10 *hastas* = 1 *bamboo*.

1 *nivartana* = Area of a square with sides 20 *bamboos*.

**Comment:** A bamboo or a pole is easily available all over for measuring lengths. The English used 1 Pole (*bamboo*) = 5½ yards. In the fifth verse, *angulī* is taken as a unit of length which we can compare with foot in the English system. One *nivartana* is approximately two acres (1 acre = 0.4089 hectare).

**Fonte:** Patwardhan, Nainpally e Singh (2006, p. 1).

Foram encontrados, nessa tradução, 120 problemas separados nos 34 capítulos desse tratado, aparecendo vários temas matemáticos. A seguir, fizemos uma tabela com todos os capítulos de Līlāvātī, com o intuito de visualizarmos como está estruturado esse texto. Com isso, ressaltamos que não sabemos se essa foi a ordem que apareceu no tratado original, escrito por Bhāskarācārya, em 1150. A divisão da apresentação da tradução pode ser visualizada no Quadro 2.

**Quadro 2 - Tradução dos capítulos de Līlāvātī of Bhāskarācārya...**

Título do Capítulo	Quant. de versos
1 - Definições e Tabelas	9
2- Colocar valores de dígitos	2
3- Adição e subtração	2
4- Métodos de multiplicação	4
5- Divisão	1
6- Métodos de encontrar quadrados	3
7- Raiz quadrada	2
8- Métodos para encontrar o cubo	4
9- Raízes cúbicas	2
10- Oito operações em frações	7
11- Adição e subtração de frações	2
12- Multiplicação de Frações	2
13- Divisão de Frações	2
14- Quadrados, cubos, raízes quadradas e raízes cúbicas de Frações	2
15- Oito regras relativas a zero	4
16- Processo reverso	3
17- Para encontrar uma quantidade desconhecida	9
18- Método de transição	2
19- Transição quadrada	8
20- Equação Quadrática	8

21- A regra de três	5
22- Proporção inversa	5
23- A regra de cinco	6
24- Regras para trocas	2
25- Juro simples	21
26- Combinação	5
27- Progressões (séries)	18
28- Mensuração	82
29- Volume	10
30- Corte de madeira	4
31- Volume de uma pilha de grãos	4
32- Sombras	10
33- Pulverização	17
34- Concatenação (Permutação, partições)	12
Índices de versos	
Índice do assunto	

**Fonte:** Patwardhan, Naimpally e Singh (2006).

No capítulo 1, ele traz tabelas, começando com as medidas gerais, que são: 20 kavadis = 1 kākini; 4 kākini = 1 pana; 16 panas = 1 dramma; 16 drammas = 1 niska. Em seguida, apresenta três subtópicos que tratam das tabelas, dedicados a medidas para o ouro, unidades de comprimento e medidas para volumes de grãos.

Bhaskara II utiliza essas diversas medidas nas questões dos próximos capítulos. No capítulo 22, aparecem algumas, uma delas diz o seguinte: “Um "gadyānaka" (= 48 "guñjās") de ouro de 10 quilates pode ser comprado por 1 Niskas. Quanto ouro de 15 quilates pode ser comprado pelo mesmo preço?” (BHĀSKARĀCĀRYA, 2006, p. 82, tradução nossa)<sup>17</sup>. Portanto, podemos evidenciar que o leitor precisará dessas tabelas para poder responder aos problemas propostos nesse tratado.

No segundo capítulo, Bhāskarācārya vai dizer como se organizavam os algarismos nos números, ajudando a entender as operações que virão nas partes posteriores. Do terceiro ao décimo quinto capítulo, o autor mostra conteúdos relativos à adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais e de frações.

Observando a tabela, note que Bhāskarācārya foi sucinto na maioria dos capítulos, pois eles têm poucos versos. Em relação à adição e à subtração, Bhāskarācārya (2006, p.11, tradução nossa) afirma: “vou explicar o método de adição e subtração em meia

<sup>17</sup> One “gadyānaka” (= 48 “guñjās”) of 10 carat gold can be bought for 1 N. How much 15 carat gold can be bought for the same price?

estrofe”<sup>18</sup> e, assim, faz: “A adição ou subtração deve ser feita localmente da direita para a esquerda ou vice-versa”<sup>19</sup> (BHĀSKARĀCĀRYA, 2006, p. 11, tradução nossa). Após a explicação, ele coloca o problema: “O! sua menina esperta Lilāvātī, se você é hábil em adição e subtração, diga-me o resultado quando a soma de 2, 5, 32, 193, 18,10 e 100 é subtraída de 10.000”<sup>20</sup> (BHĀSKARĀCĀRYA, 2006, p. 12).

Dessa maneira, nos demais capítulos do tratado, o autor vai usar a mesma lógica, mostrando definições (se houver), após o modo de executar o processo matemático, apresentando os passos a serem seguidos e depois propõe problema(s) para ser(em) resolvido(s). Notamos que, no decorrer do livro, Bhaskara II, em alguns capítulos, dá mais de um método de resolução, por exemplo, na parte de multiplicação, apresenta cinco modos distintos de realização dos cálculos, que podem ser visualizados no Quadro 3:

**Quadro 3 – Métodos da multiplicação**

<b>Método</b>	<b>Versão inglesa</b>	<b>Tradução</b>
<b>Direto</b>	First multiply the digit in the unit's place of the multiplicand by the multiplier, then the digit in the ten's place and so on up to the last digit on the extreme left.	Divida o multiplicador em duas partes convenientes; multiplique o multiplicando por cada uma das duas partes e some os resultados.
<b>Da Divisão</b>	Split the multiplier into two convenient parts, multiply the multiplicand by each of the two parts and add the results.	Divida o multiplicador em duas partes convenientes, multiplique o multiplicando por cada uma das duas partes e some os resultados.
<b>Do Fator</b>	If the multiplier is a composite number, factor it. Then multiply by one factor and then the result by the second factor and so on.	Se o multiplicador for um número composto, fatorá-lo. Em seguida, multiplique por um fator e o resultado pelo segundo fator e assim por diante.
<b>De Lugar</b>	Multiply by each digit of the multiplier separately and write the result in each case under its proper. Then add all the results.	Multiplique por cada dígito do multiplicador separadamente e escreva o resultado em cada caso sob seu próprio. Em seguida, adicione todos os resultados.
<b>Da Adição ou Subtração</b>	Add any convenient number to the multiplier and multiply by the result. Then multiply by the	Adicione qualquer número conveniente ao multiplicador e multiplique pelo resultado. Em

<sup>18</sup> I shaal explain the method of addition and subtraction in half a stanza.

<sup>19</sup> Addition or subtraction should be done place-wise from right to left or vice-versa.

<sup>20</sup> O! you smart girl Lilāvātī, if you are skilful in addition and subtraction, tell me the result when the sum of 2,5,32, 193, 18, 10 and 100 is subtracted from 10,000.

	<p>added number and subtract this product from the previous one. Instead of addition of a convenient number one can subtraction too.</p>	<p>seguida, multiplique pelo número adicionado e subtraia este produto do anterior. Em vez de adicionar um número conveniente, também se pode usar a subtração.</p>
--	--	---

**Fonte:** Patwardhan, Naimpally e Singh (2006, p. 1).

Do décimo sexto ao vigésimo sétimo capítulo e, ainda, do trigésimo terceiro ao trigésimo quarto capítulo, aparece o pensamento algébrico desse tratado, não entendemos por que esses últimos capítulos ficaram separados dos demais, mas percebemos uma diversidade de questões que permeiam o contexto daquela época. Um dos problemas do capítulo 24 retrata essa ideia: “Em um mercado, 300 mangas podem ser compradas por 1 *dramma* = 16 *paise*. No entanto, 30 romãs de boa qualidade estão disponíveis para 1 *paisā*. Descubra rapidamente quantas romãs podem ser trocadas por 10 mangas” (BHĀSKARĀCĀRYA, 2006, p. 87, tradução nossa)<sup>21</sup>.

Averiguamos, nesse trecho, um possível problema do mercado daquela época, o que nos dá uma noção de público-alvo desse tratado, que são os comerciantes e também os governantes, que se preocupavam com o andamento comercial da cidade. Uma evidência desse último é um problema envolvendo o palácio, que pode ser contemplado no capítulo 26, ao indagar:

Um rei tinha um belo palácio com oito portas. Engenheiros qualificados tinham construído quatro praças abertas que eram altamente polidas e enormes. Para tomar ar fresco, 1 porta, 2 portas, 3 portas, ... são abertos, quantos tipos diferentes de arranjos de brisa são possíveis? (BHĀSKARĀCĀRYA, 2006, p. 103, tradução nossa).<sup>22</sup>

Logo, observamos que, por meio dos problemas, pode ser possível resgatar o que fez Bhaskara II ao escrever o tratado *Līlavātī*. Outro ponto retratado nas questões é a religião, que, como já fora supracitado, os indianos consideram-na primordial, desse modo, no capítulo 34, a questão, a seguir, relaciona-se com a religião:

O Senhor Śiva possui dez armas diferentes, a saber, uma armadilha, um aguilhão, uma cobra, um tambor, um caco, uma clava, uma lança,

<sup>21</sup> In a market, 300 mangoes can be purchased for 1 *dramma* = 16 *paise*. However, 30 pomegranates of good quality are available for 1 *paisā*. Find out quickly how many pomegranates can be exchanged for 10 mangoes.

<sup>22</sup> A king had a beautiful palace with eight doors. Skilled engineers had constructed four open squares which were highly polished and huge. In order to get fresh air, 1 door, 2 doors, 3 doors, ... are opened, how many different types of breeze arrangements are possible?

um míssil, uma flecha e um arco em suas mãos. Encontre o número de diferentes ídolos de Śiva. Da mesma forma, resolva o problema dos ídolos de Visnus; Visnus tem quatro objetos: uma maça, um disco, um lótus e uma concha (BHĀSKARĀCĀRYA, 2006, p. 178-179, tradução nossa).<sup>23</sup>

Nesse recorte, notamos dois dos principais deuses da religião hindu, Śiva e Visnus, evidenciando um fator cultural daquela época. Do vigésimo oitavo ao trigésimo segundo capítulo, são apresentados aspectos geométricos, que, atualmente, podem ser resolvidos usando triângulos retângulos, outros envolvem cálculos de volumes, entre outros conteúdos.

Um das indagações do capítulo 28 traz que: “Um bambu de 32 C (côvados) de altura, em terreno plano, foi quebrado por fortes ventos. A ponta do bambu tocou o solo a 16 C do pé do bambu. Então, ó matemático, diga (me) a altura do ponto onde o bambu quebrou” (BHĀSKARĀCĀRYA, 2006, p. 120, tradução nossa).<sup>24</sup> Com isso, constatamos a natureza e um dos possíveis problemas que poderiam emergir da dinâmica diária dos indianos. Assim, em todos os capítulos, há uma variedade de conteúdos matemáticos e ainda indagações de Bhaskara II, para verificar o aprendizado sobre os conceitos.

### **Considerações finais**

Documentos históricos, com conteúdos matemáticos, podem vir a ser potencialmente didáticos para a formação de professores. No entanto, antes deles perpassarem por esse âmbito, devem ser estudados em suas esferas contextuais, historiográficas e epistemológicas, com vista a entender a construção do conhecimento matemático na época da escrita do tratado.

Nesse contexto, foi desenvolvido este artigo, que mostra aspectos iniciais sobre a obra *Līlāvātī*, de Bhaskara II, tomando por base a tradução para a língua inglesa: *Līlāvātī of Bhāskarācārya: A Treatise of Mathematics of Vedic Tradition*, de Patwardhan, Naimpally e Singh (2006).

---

<sup>23</sup> Lord Śiva holds ten different weapons, namely a trap, a goad, a snake, a drum, a potsherd, a club, a spear, a missile, an arrow and a bow in his hands. Find the number of different Siva idols. Similarly, solve the problem for Visnus idols; Visnu has four objects: a mace, a disc, a lotus and a conch.

<sup>24</sup> A bamboo 32 C (cubits) high, standing on a level ground, was broken by strong winds. The tip of the bamboo touched the ground 16 C from the foot of the bamboo. Then, O mathematician, tell (me) the height of the point where the bamboo broke.

Com isso, notou-se que esse tratado tem potencialidades voltadas para o ensino, visto que contém 120 problemas envolvendo aritmética, pensamentos algébricos e geométricos com seus respectivos métodos de resolução e definições, e ainda a singularidade de ser uma obra exposta em versos.

Entretanto, é preciso um tratamento didático dessa obra, para então ser proposta uma interface entre história e ensino da Matemática na formação de professores. Através dessa interface, é possível experimentar, por exemplo, cinco métodos de resolução da multiplicação, pensamentos algébricos atribuídos ao contexto indiano e também a exploração da cultura indiana, uma vez que são escassas as pesquisas que difundem as matemáticas criadas por essa civilização.

Nessa conjuntura, pesquisas sobre Līlavāṭī serão desenvolvidas nesse intuito, visto que são necessários estudos envoltos nessa obra para se verificar recursos que possam contribuir para o melhor entendimento dos conceitos matemáticos, porque, com esse breve estudo, verificou-se uma variabilidade de questões com diversas temáticas de conteúdos aplicados, atualmente, na educação básica.

## Referências

BATISTA, A. N. DE S.; PEREIRA, A. C. C. A balhestilha (1603) como um instrumento matemático para o estudo de medidas na formação de professores de matemática. **Acta Scientiarum. Education**, [s. l.], v. 43, n. 1, p. e48188, 2020.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução: Helena Castro. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2018.

CAJORI, F. **A history of mathematics**. 2. ed. Nova York: American Mathematical Soc., 1999.

DATTA, B. The Two Bhaskaros. **The Indian Historical Quarterly**, Calcutá, v. 6, p. 727-736, 1930.

DOMINGUES, C. A. **Metodologia da Pesquisa: Elaboração de Artigos, Científicos**. Rio de Janeiro: Escola de Aperfeiçoamento de Oficiais, 2005.

ECO, U. **Quase a mesma coisa: experiências de tradução**. São Paulo: Record, 2007.

EVES, H. **Introdução a história da matemática**. Tradução: Hygino Domingues. 5. ed. Campinas - SP: Editora da UNICAMP, 2011.

GAMAS, C. De Alexandria ao Islão: a tradução algébrica de Euclides e a convergência de saberes matemáticos na Casa da Sabedoria. **Archa: Revista de Estudos Sobre as Origens do Pensamento Ocidental, Portugal**, v. 15, p. 33-36, 2015.

GASPAR, M. T. J. Um estudo sobre áreas em um curso de formação de professores tomando como ponto de partida a história da matemática indiana no período dos sulbasutras. **Revista Brasileira de História da Matemática**, [S. l.], v. 4, n. 8, p. 189-

214, 2020.

GUEDES, E. G. **A equação quadrática e as contribuições de Bhaskara**. 2019. 73 f. Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Paraná, Paraná, 2019.

JOSEPH, G. G. **Indian Mathematics: Enganing with the Word from Ancient to Modern Time**. Canadá: World Scientific, 2016.

NICHOLSON, A. J. Orientalismo, Interpretação, e o Estudo da Filosofia Indiana no Ocidente. **Revista Guillermo de Ockham**, Colombia, v. 14, n. 1, p. 125–132, 2016.

BHĀSKARĀCĀRYA. **Lilavati**. Tradução: Colebrooke. Allahabad: KITAB MAHAL, 1967.

BHĀSKARĀCĀRYA. **Lilavati of Bhāskarācārya: A Teatrise of Mathematics of Vedic Tradition**. Tradução: Krishnaji S. Patwardhan, Somashekhar A. Nainpally e Shyam L. Singh. New Delhi: Motilal Banarsidass, 2006.

BHĀSKARĀCĀRYA. **Lilavati: or a treatise on Arithmetic and Geometry**. Tradução: John Taylor. Bombay: Literary society of Bombay, 1816.

PEREIRA, A. C. C.; PEREIRA, D. E. Ensaio sobre o uso de fontes históricas no ensino de matemática. **Rematec: Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, Natal, v. 10, n. 18, p.65-78, 2015.

PLOFKER, K. **Mathematics in Índia**. Estados Unidos: Princeton University Press, 2008.

PRODANOV, C. C. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. 2. ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

ROMÃO, F. Apontamentos Históricos sobre Matemática Védica. In: Encontro Nacional de História da Matemática, 9., 2011, Aracaju. **Anais...** Rio de Janeiro, 2011.

SAITO, F. Construindo interfaces entre história e ensino da matemática. **Ensino de Matemática em Debate**, São Paulo, v. 3, ed. 1, p. 3-19, 2016.

SAITO, F. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

SAITO, F.; DIAS, M. S. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 19, n. 1, p. 89-111, 2013.

SANTOS, A. G.; FREIRE, D. F.; PEREIRA, A. C. C. Explorando as operações aritméticas no antigo Egito por meio da história da Matemática. **Research, Society and Development**, São Paulo, v. 10, p. e4310312944, 2021.

SILVA, A. H. **Matemática recreativa de Kaprekar na educação básica**. 2020. 97f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2020.

SILVA, H. F. **Triângulos Heronianos**. 2017. 64f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal do ABC, São Paulo, 2017.

SILVA, I. C.; PEREIRA, A. C. C. Definições e Critérios para o Uso de Textos Originais na Articulação entre História e Ensino de Matemática. **Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)**, Rio Claro - SP, v. 35, n. 69, p. 223-241, 2021.



SILVA, I. C.; SILVA, J. H.; PEREIRA, A. C. C. Os versos de Lilavati como fonte histórica para o ensino de Matemática: propondo uma prática. **Revista Eletrônica da Matemática (REMAT)**, Bento Gonçalves - RS, v. 4, n. 1, p. 78-87, 2018.